COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 66/22
15 Aprile 1966.

M. Bernardini e S. Tazzari: STIMA DEI FONDI DI MACCHINA INTORNO AD ADONE. -

(Nota interna: n. 319)

Servizio Documentazione
dei Laboratori Nazionali di Frascati del CNEN
Casella Postale 70 - Frascati (Roma)

Laboratori Nazionali di Frascati del CNEN
Servizio Documentazione

LNF-66/22

Nota Interna: n° 319
15 Aprile 1966

M. Bernardini e S. Tazzari: STIMA DEI FONDI DI MACCHINA INTORNO AD ADONE. -

1. CLASSIFICAZIONE DEI FONDI. -

I fondi esistenti si possono dividere in:

a) - fondi provenienti da sciami generati da elettroni persi per effetto della vita media;

b) - fondi provenienti da interazioni degli elettroni circolanti con il gas residuo.

Quelli del tipo a) sono trattati nel seguente ordine: neutroni e protoni, elettroni e γ, mesoni π.

Quelli del tipo b) sono esaminati reazione per reazione e nel seguente ordine:

- elettroni e protoni dalla reazione $e + p \rightarrow e + p$
- elettroni dalla reazione $e + z \rightarrow z + e$
- elettroni e γ dalla reazione $e + z \rightarrow z + e + \gamma$
- mesoni π dalla reazione $e + z \rightarrow z' + e + \pi$

2. CARATTERISTICHE DI ADONE UTILI PER IL CALCOLO DEI FONDI. -

- Numero di $(e^+ + e^-)$ accumulati	4×10^{11}
- Vita media dei fasci	6 h
- Numero massimo di $(e^+ + e^-)$ persi per unità di tempo su tutta la macchina	$2 \times 10^{7} (e^+ + e^-)/sec$
- Lunghezza della macchina	$\sim$ 100 m
- Frequenza di rivoluzione	$2{,}81 \times 10^{+6}\ sec^{-1}$
- Gas residuo biatomico	$z = 7{,}7$
- Densità del gas residuo	$3{,}55 \times 10^{16}\ p_{(torr)}\ mol/cm^3$

3. APPROSSIMAZIONI FATTE. -

La principale approssimazione che facciamo è di assumere che le perdite di elettroni e positroni sulla ciambella, per effetti di vita media, siano uniformemente distribuite lungo la ciambella stessa. Si potrebbe argomentare che un'approssimazione di questo genere è in ogni caso, dal punto di vista dei fondi che possono disturbare un apparato sperimentale in una zona-esperienza di Adone, un'approssimazione pessimistica. Essa può però anche essere giustificata in qualche modo con le considerazioni seguenti.

Assumiamo che tutte le perdite avvengano per effetto di atti singoli che lasciano invariate (almeno in prima approssimazione) la posizione e la direzione della velocità della particella che si considera e ne cambiano invece l'energia di una quantità Δ E.

Definiamo allora $p = \Delta E/E_s$ e indichiamo con $\varepsilon_{RF} = (\Delta E/E_s)_{RF}$ l'accettanza della radiofrequenza. Nell'ipotesi suddetta, la particella inizia una oscillazione di betatrone attorno alla nuova orbita sincrona con ampiezza proporzionale a p. Si può allora definire p^x in modo tale che per $p \geq p^x$, l'ampiezza della oscillazione porti la particella a colpire la parete della ciambella in meno di un periodo di betatrone.

Si possono distinguere due casi:

a) - $p^x < \varepsilon_{RF}$

b) - $p^x > \varepsilon_{RF}$

Nel caso a) è chiaro che, per una particella persa (ovverosia per $p > \varepsilon_{RF}$) risulterà anche $p > p^x$ e quindi la particella si perderà senza altro in meno di una oscillazione completa di betatrone. Nel caso b) in vece occorre, tra le particelle perse ($p > \varepsilon_{RF}$), distinguere tra quelle (b_1) per le quali vale $p^{x} \geq p > \varepsilon_{RF}$ e quelle b_2 per le quali vale $p > p^{x}$.

Le prime inizieranno una lenta spiralizzazione che le porta, dopo un certo numero di giri, ad urtare la ciambella .

Le seconde si comporteranno invece sostanzialmente come quelle del caso a).

Ora se le particelle perse, urtano la ciambella in meno di una oscillazione di betatrone ($\sim$ 1/3 di giro), è ragionevole supporre che la distribuzione dei punti di perdita sia all'incirca uniforme lungo la macchina, mentre per il caso di spiralizzazione lenta è presumibile che i punti di perdita siano localizzati in vicinanza dei punti di massimo dell'inviluppo delle oscillazioni di betatrone.

Per il caso di ADONE, l'andamento della ε_{RF} in funzione dell'energia è riportato nella nota interna LNF-66/6 di F. Amman[1] mentre

$$p^{x} \approx \frac{d}{2\,\psi_M} \approx 2.5\%$$

(d è la semilarghezza della ciambella e ψ_M il valore max della funzione di orbita chiusa ($\psi_M \approx 200$ cm)).

Si osserva dunque che fino ad energie dell'ordine di 750 MeV si presenta il caso a) e quindi l'ipotesi di distribuzione uniforme è senza altro ragionevole, mentre sopra a 750 MeV occorre stimare qual'è la percentuale delle particelle perse che cade nelle categorie b_1) e b_2) rispettivamente.

Considerando i due principali meccanismi di perdita che sono l'effetto Touschek singolo e la bremsstrahlung (sul gas residuo e fascio-fascio) ed eseguendo il conto a 1500 MeV ($\varepsilon_{RF} \approx 1\%$) si trova che, in condizioni tipiche di pressione e luminosità, il rapporto fra il numero di particelle perse con $\varepsilon_{RF} < p < p^{x}$, e $p > p^{x}$ rispettivamente è dell'ordine dell'unità.

In queste condizioni abbiamo ritenuto sufficiente, e probabilmente leggermente pessimistica l'approssimazione fatta.

4. FONDI DA SCIAMI ORIGINATI DAGLI ELETTRONI PERSI SULLA CIAMBELLA. -

Dalle caratteristiche di Adone, ad una pressione in ciambella di 10^{-9} torr, dobbiamo aspettarci circa 2.10^{7}/sec elettroni e positroni per si per effetto della vita media. Questi danno origine a sciami nelle pareti di acciaio della camera da vuoto.

Esaminiamo quindi i prodotti degli sciami quando l'energia degli elettroni (positroni) persi è dell'ordine di 1500 MeV.

4a) - Neutroni e protoni. -

Per il fondo di neutroni e protoni ricorriamo alle formule di targhetta spessa di Kock e Motz[2].

Naturalmente per quanto riguarda i protoni, il contributo di bassa energia (su cui lo yield andrebbe calcolato diversamente) non viene preso in considerazione. Infatti, per uscire dalla ciambella, attraverso la parete, un protone dovrebbe avere almeno $\sim$ 40 MeV.

L'ipotesi di targhetta spessa, implica l'approssimazione che neutroni e protoni provengano da sciami sviluppati quasi completamente. Trascuriamo inoltre di prendere in considerazione dettagliatamente l'assorbimento dovuto alla nostra particolare geometria.

Secondo Kock e Motz lo yield di neutroni (protoni) è dato da:

(1) $$Y = 0{,}85\, E_o\, (\mathrm{BeV})\, \eta \qquad \text{neutroni/e}$$

dove η è un fattore che rappresenta l'efficienza di produzione di raggi γ. η è variabile con l'energia. Per E_o = 1500 MeV si ottiene

(2) $$Y \simeq 0{,}8 \ \mathrm{n/e}$$

Lo spettro energetico, ricavato da dati sperimentali[3, 4] risulta del tipo:

a) - $A\, E\, e^{-E/\tau}$ con τ = 1 MeV fra 0 e 10 MeV più un termine;

b) - B/E^2 fra 2 MeV e circa metà dell'energia degli elettroni primari e infine un termine;

c) - c/E^7 al disopra di metà dell'energia degli elettroni primari.

con E energia dei neutroni (protoni).

La normalizzazione dei coefficienti A B e C si fa tenendo conto del fatto che il primo contributo dello spettro interessa il 90% dello yield mentre gli altri due contributi riuniscono il restante 10%.

Le normalizzazioni sono state eseguite con questo criterio sia per i neutroni che per i protoni e danno i seguenti valori dei coefficienti:

(3) $$\left.\begin{array}{l} A = 0{,}9 \\ B = 0{,}2 \end{array}\right\} \ \text{con E in MeV} \qquad C = 0{,}048 \ \text{con E in BeV}$$

Il numero di neutroni (protoni) per elettrone perso è dato evidentemente dal fattore di yield moltiplicato per il fattore di spettro. In totale il numero di neutroni per secondo e per metro della ciambella, con energia inferiore a 10 MeV, è:

(4) $$N = 1{,}6 \times 10^5 \ n/\mathrm{sec\ m}$$

con distribuzione angolare che si assume isotropa.

Questo corrisponde a 20 cm dalla ciambella, ad un flusso dell'ordine di 2 n/cm^2 sec.

Un fondo di questo tipo può dare fastidio soprattutto a causa della ionizzazione prodotta dai γ di cattura che ne derivano. Supponiamo, con ipotesi pessimistica[5] che il 10% dei neutroni venga catturato nel ferro dei magneti e che i γ di cattura escano, con distribuzione isotropa, senza attenuazione. Il flusso di γ risulta quindi di 80 γ/cm^2 sec a 20 cm dal fascio assumendo che la cattura di un neutrone liberi in media 4 γ da $\sim$ 2 MeV.

Il numero di neutroni di energia maggiore di 50 MeV risulta dell'ordine di

(5) $$N_n = 8{,}4 \times 10^2 \ n/\mathrm{sec\ m}$$

per metro di ciambella.

Nelle ipotesi fatte si ottiene un identico contributo di protoni con energia maggiore di 50 MeV e cioè:

(6) $$N_p = 8{,}4 \times 10^2 \ p/\mathrm{sec\ m}$$

Questi numeri non giustificano uno studio dettagliato dalle distribuzioni angolari che sarebbe molto complicato data la geometria del sistema.

Abbiamo trascurato il contributo di neutroni da stelle prodotte dai mesoni π .

4b) - Elettroni e γ. -

Un lavoro di De Staebler[6] riassume i risultati di un calcolo Montecarlo fatto ad Oak-Ridge sulla radiazione uscente da un cilindro di raggio finito colpito da un fascio di elettroni lungo l'asse. Da questi risultati è possibile ricavare le distribuzioni energetiche di γ ed e uscenti integrate su tutti gli angoli ed osservare che non variano apprezzabilmente con l'energia degli elettroni incidenti, tra 500 e 3000 MeV, e che differiscono poco tra di loro.

Per adattare questi dati al caso di Adone si fa l'approssimazione, piuttosto grossolana, di considerare che gli elettroni persi incidano lungo l'asse di un cilindro di acciaio avente un raggio dell'ordine dello spessore delle pareti della ciambella.

Si ottiene allora un contributo, di e e di γ, dato dalle

a) $\frac{dN}{dE} = A\, E_o$ tra 0 e 10 MeV

b) $\frac{dN}{dE} = B\, E_o\, E^{-3,3}$ tra 10 e 1500 MeV.

Sempre seguendo De Staebler si può stimare (mediante una estrapolazione) la frazione di energia uscente dalla ciambella di acciaio (spessore 0,2 R.L.) che risulta essere circa 1/3 dell'energia primaria. Con ipotesi pessimista ma ragionevole, sia per l'incertezza dell'estrapolazione sia perchè si tratta di una stima dei fondi, abbiamo attribuito tale frazione interamente ai γ ed abbiamo considerato una frazione analoga dovuta agli elettroni e i positroni. In tal modo è stata eseguita la normalizzazione delle distribuzioni precedentemente descritte e si trovano per le costanti A e B i seguenti valori:

(7) $A = 2{,}65 \times 10^{-3}$ e $B = 5{,}3$ con E in MeV.

Il numero di γ tra 0 e 10 MeV risulta perciò di 40 γ/e pari ad un numero di γ/sec e per metro di ciambella di

(8) $$N_\gamma = 8 \times 10^6 \ \gamma/\text{sec m}$$

e risulta un fattore 100 volte maggiore del contributo dei γ di cattura.

Trascuriamo ovviamente gli elettroni di questa energia.

Il numero di γ fra 10 e 1500 MeV è invece pari a $\simeq$ 17 γ/e e quindi di:

(9) $$N_\gamma = 3{,}4 \times 10^6 \ \gamma/\text{sec m}$$

di cui solo 2×10^5 γ/sec m fra 100 e 1500 MeV.

Per quanto detto sopra ci dobbiamo aspettare analoghi contributi di elettroni.

Dalle stime di De Staebler si ricava inoltre che il valore medio su tutte le energie dell'angolo di uscita della radiazione rispetto alla direzione del fascio incidente è intorno ai 25°.

Riguardo a questo tipo di fondi, per lo più a piccolo angolo e quindi all'incirca sincroni con i bunches (v. rendiconti del Congressino di Frascati, febbraio 1966), occorre ricordare che il numero di conteggi di fondo sarà probabilmente, a causa delle alte molteplicità, inferiore a quello che si potrebbe dedurre dalle 8) e 9) e dal sincronismo col fascio.

4c) - Mesoni π .-

Dagli sciami hanno origine anche dei mesoni π (positivi e negativi) di fotoproduzione.

Lo yield per elettrone è stato calcolato dalla lunghezza di traccia dei γ secondo la classica teoria degli sciami ed usando le sezioni d'urto di fotoproduzione, approssimate nel modo seguente:

a) - una formula del tipo Breit - Wigner tra 150 e 1000 MeV;
b) - una sezione d'urto costante tra 500 e 1000 MeV, pari a 40 μb, per tener conto della fotoproduzione doppia.

Assumendo un rapporto $\pi^+/\pi^- = 1,5$ si ottiene $4,8 \times 10^{-3}$ $(\pi^+ + \pi^-)/e$ e cioè in totale:

$$N_{(\pi^+ + \pi^-)} = 9,6 \times 10^2 \ \pi/\mathrm{sec\ m} \tag{10}$$

La maggior parte dei mesoni π proviene dalla regione della prima risonanza.

Nella valutazione abbiamo trascurato il contributo dei mesoni da stelle di neutroni e protoni di alta energia.

5. FONDI DA INTERAZIONI CON IL GAS RESIDUO. -

Il calcolo del numero dei conteggi per unità di tempo per gli eventi del gas viene calcolato secondo la formula seguente:

$$\frac{dN}{d\Omega\, dt} = (\frac{d\sigma}{d\Omega} N N\ell_b \ \nu_{RF}\ 1)\ \mathrm{sec}^{-1}\ \mathrm{ster}^{-1} \tag{11}$$

dove:

$N = 3,55 \times 10^{16} p_{torr}\ \mathrm{cm}^{-3}$ numero di molecole di gas residuo per cm^3

N_{eb} = numero di elettroni in un pacchetto (bunch)
ν_{RF} = frequenza di radiofrequenza
ℓ = lunghezza di traiettoria dalla quale possono provenire gli eventi.

Assumendo una pressione media in ciambella di 10^{-9} torr risulta $N = 3{,}55 \times 10^7\ cm^{-3}$ ed inoltre:

$$N_{eb} = \frac{2}{3}\, 10^{11}$$

$$\nu_{RF} = 8{,}57 \times 10^6\ sec^{-1}$$

l'equazione (11) diventa:

$$\frac{dN}{d\Omega\, dt} = \frac{d\sigma}{d\Omega}\, \ell\ 2 \times 10^{25}\quad sec^{-1}\quad ster^{-1} \tag{12}$$

5a) - Elettroni e protoni dalla reazione $e + p \longrightarrow e + p$. -

Questo processo potrebbe dare fastidio a causa di possibili coincidenze e-p.

Si considera la sezione d'urto per scattering elastico con fattori di forma uguali ad 1, e cioè praticamente:

$$\frac{d\sigma_{NS}}{d\Omega} = \frac{z^2 r_o^2}{4\gamma^2}\ \frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{\operatorname{sen}^4\frac{\theta}{2}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{2E}{M}\operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2}\right)} \simeq \frac{r_o^2}{4\gamma^2}\ \frac{z^2}{\operatorname{sen}^4\frac{\theta}{2}} \tag{13}$$

dove θ è l'angolo di scattering dell'elettrone e $\gamma = E_o/m$. Perchè il protone diffuso possa avere un'energia sufficiente ad uscire dalla ciambella occorre che sia $\theta \geq 10^o$. Integrando l'equazione (13) tra 10^o e 180^o si ottiene $\sigma_{NS} \simeq 1{,}8 \times 10^{-29}\ cm^2$ e quindi secondo l'equazione (12):

$$N_{(e+p)} \simeq 4 \times 10^{-2}\ (e+p)/sec\ m \tag{14}$$

Il numero di possibili coincidenze va poi calcolato tenendo conto della cinematica e dell'apparato sperimentale particolare.

5b) - Elettroni dalla reazione $e + z \longrightarrow z + e$. -

5c) - Elettroni e γ dalla reazione $e + z \rightarrow z + e + \gamma$. -

I fondi provenienti da queste reazioni sono in massima parte a piccolo angolo e vanno calcolati esperienza per esperienza (vedi per esempio la proposta di esperienza di G. Barbiellini et al. [7]).

Ci limitiamo quindi ad indicare le sezioni d'urto per i relativi processi.

Per la reazione $e + z \longrightarrow z + e$ assumiamo, a piccoli angoli,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 4 \frac{z^2 r_o^2}{\gamma^2} \frac{1}{\theta^4} \tag{15}$$

Per la reazione $e + z \longrightarrow z + e + \gamma$, nel caso relativistico estremo, assumiamo invece:

$$\frac{d\sigma}{dk} \quad 4 \frac{z^2 r_o^2}{137} \frac{1}{k} \left[1 + \left(\frac{E}{E_o}\right)^2 - \frac{2}{3} \frac{E}{E_o} \right] \ln \left(183\, z^{-\frac{1}{3}}\right) \text{ dove } E = E_o - K \tag{16}$$

5d) - Mesoni π dalla reazione $e + z \longrightarrow z' + e + \pi$. -

Per questa reazione adoperiamo la formula di Dalitz e Yennie[8] per l'elettroproduzione e cioè:

$$\sigma_\pi = \frac{2\alpha}{\pi} \int_{m_\pi}^{E_o} \sigma_{ph}(k) \frac{dk}{k} \ln \frac{E}{K} \tag{17}$$

con σ_{ph} sezione d'urto di fotoproduzione di π .

Le approssimazioni fatte sulla σ_{ph} sono le stesse di quelle adottate nel § 4c e si ottiene secondo l'equazione (12).

$$N_\pi \sim 0{,}3\ (\pi^+ + \pi^-)/\text{sec m} \quad . \tag{18}$$

BIBLIOGRAFIA. -

(1) - F. Amman, LNF-66/6 (1966).
(2) - H. W. Koch and J. Motz, Rev. Mod. Phys. 31, 955 (1959).
(3) - C. Levinthal and A. Lilverman, Phys. Rev. 82, 822 (1951).
(4) - C. Cortini et al., Nuovo Cimento 9, 85 (1958).
(5) - H. W. Patterson, Premier Colloque International sur la Protection aupres des Grands Accelerateurs, Orsay-Saclay, 1962 (Presses Univ. de France, Paris, 1962) p. 95.
(6) - H. DeStaebler, SLAC TN-62/80 (1962).
(7) - G. Barbiellini et al., Istituto di Fisica dell'Università di Roma, Nota interna n. 89 (1966).
(8) - R. H. Dalitz and D. R. Yennie, Phys. Rev. 105, 1598 (1957).